**DERET FOURIER**

Bila f adalah fungsi periodic yang berperioda p, maka f adalah fungsi periodic. Berperiode n, dimana n adalah bilangan asli positif (+). Untuk setiap bilangan asli positif fungsi yang didefinisikan oleh sin dan cos juga berperioda 2L, maka :

F(x) = + +

 n = bilangan asli (1,2,3,4,5,….)

dimana :

 L = pertemuan titik

 =

 =

 =

Bilangan-bilangan untuk ,, … ,, … disebut koefisien fourier dari f(x) dalam (-L,L)

Contoh :

1. Ekspansikan ke dalam deret fourier f(x) =

jawab :

 =

 = +

## = +

**=**

= 8 + (-16) + 8

= 0

 =

=

 =

 =

=

=

=

 = 0

 =

=

=

=

 =

F(x) = + +

 = + +

 = + + …

 = +

 =

**SOAL**

1. (x)

Jawab.

1. 𝑎0 =

.

 (-4) ) - ( –

 +2

 =4

 dx

= x cos dx

 intergal persial :∫

 misal : u=-x dv=∫cos

 du=dx

 v=∫cos

 =∫cos L

 =

=(uv-∫v du)+(uv-∫vdu)

=[-x

=[dx]+[

=[(

=[

=[(coscoscos)]

=[-

=0+0 =0

bn=

 =

 Parsial ; du =-dx ; t=

du=sin ; dx=

 =

=(uv∫v du)+(uv-∫v du)

=[-x · cos cos ]

=[ dx] + [

=[( )+ · sin ] +

 [(

=[(

=[

 =

 ⥤ f(X)=

=sin

=2+

1. **Deret fourier dari fungsi genap dan ganjil**

Deret fourier dari fungsi genap dan periode dua sukunyahanyalah terdiri dari konstans dan kosinus, dan sebaliknya fungsi ganjil hanyalah sinus saja.

Untuk fungsi genap/kosinus

Untuk fungsi ganjil/sinus

Contoh :

Jawab :

Fungsi genap

atau

Misal :

Fungsi ganjil

2.

=

=

= 0 +

=

=

 =

 = 0 +

 Misal:

 = n

 =

 =

 =

 =

 = 0-0 = 0

=

 =

 = 0 +

 Misal:

 = n

 =

 =

 =-

 =

 =

 =

 = 1 +

 = 1 +

**DERET FOURIER KOMPLEK**

Bentuk cos nx dan sin nx dapat dinyatakan dalam bentuk eksponensial dengan menghubungkan euler.

 =

Dimana:=

 =

 =

Contoh soal:

1.

Jawab:

=

 =

 =

 =

 =

 =

 ` =

 =

 =

Misal :

 =

 =

 =

 =

 =

 =

 =

 =

 =

Misal:

 =

 =

 =

 =

 = -

 =

**“FUNGSI-FUNGSI”**

1. **FUNGSI GAMMA**

Fungsi gamma yang lazimnya di sajikan dalam symbol di definisikan

 untuk keberadaan fungsi ini untuk setiap tidak dapat disanksikan mengingat integral di ruas kanan konvergen jika .

Beberapa sifat dasar fungsi gamma :

* Memenui
* , jika bulat positif , maka sebat itu fungsi , gamma sering dinamakan fungsi factorial
* Untuk , memiliki asimtot tegak , artinya
* )=

Perluasan analitik untuk

Contoh : 1.

 -(-

1.

 = -

1. => mis:

 dt

1.

1. **FUNGSI BETA**

Fungsi beta dan n adalah :

 =

Hubungan antara F . beta dan gamma:

Fungsi =

Dapat = 2

Sebab jika x = u2 maka

 =

 = 2

Demikian pula :

 = 2

 = 2

Demikian pula:

 = 4

 =

 = 4 .

Jika kita gunakan transpormasi koordinat y=, y=, maka:

.

Menjadi:

 , dengan G (

 . =

Pada daerah pengintegralan pada sistem coordinat ( yang sesuai dengan 0 dan yacorbian transformasi adalah :

 = =

Karna itu,

 .

 Mengingat

=

= 2

Maka kita peroleh hub antara fungsi beta dan gamma.

Contoh:

Jawab: .

Jawab: = .

 =

 =

 =

 = .

 = .

**Aplikasi Deret Fourier**

Persoalan fisika, terutama yang menyangkut tentang vibrasi getaran biasanya membawa kita kepada besaran fisis berupa frekuensi, pannjang gelombang dan jenisnya.



Sebuah partikel bergerak dengan laju konstan sehingga lintasannya berupa lingkaran dengan jari-jari A. Pada saat bersamaan partikel Q bergerak ke atas dan ke bawah sepanjang garis lurus RS yang merupakan pencerminan terhadap sumbu y.

dimana : ω = kecepatan anguler (rad/s)

 t = waktu (s)

simpangannya :

simpangan dapat didefinisikan sebagai jarak partikel dari titik keseimbangan, sehingga untuk gerak P terhadap sumbu x dan sumbu y dapat ditulis :

 dan

karena dalam bidang komplek

z = A cos ω.t + i A sin ω.t

z = A ( cos ωt + i sin ωt )

Dalam bentuk lain, maka simpangan Y dapat dinyatakan sebagai bentuk gelombang yang bergerak ke kanan/ ke kiri.

Menyatakan simpangan Y merupakan fungsi periodik dari x ( untuk t yang sesuai ) dan fungsi t ( dari x yang sesuai ).

**Line dan Surface Integral**

1. **Line Integral**

F = gaya

Dalam bentuk skalar :

Line integral :

Dimana :

Fungsi P (x,y) dan Q (x,y)

Cara menghitung line integral :

x = Q (t)

y = P (t)

Contoh soal :

1. Hitung line integral dimana L = busur lingkaran radius, R=a.

Jawab :

0 ≤ t ≤ 2π

 Misal :

Misal :

1. Hitunglah line intergral

T = seluruh busur elips

 b

Y = b sin t

dy = b cos t dt

 a

 jawab :

 x = a cos t

 dx = -a sint t dt

 0≤ +≤ 2 π

 J =

 =

 =

 =

 =

 = -ab . t

 = -ab (2π – 0 )

 = -ab . 2π – (-ab) . 0

 = -ab . 2π

1. Dari soal 2 dengan L garis lurus yang menghubungkan m ( 1,1) dan n ( 3,3 )

Jawaban :

1. **Surface Integral**

Bidang permukaan λada di dalam v dibatasi L jadi P,Q,R continu pada bidang λ

 z

 y

x

Rumus

|  |
| --- |
|  |

→ disebut dengan permukaan ( surface integral)

Integral permukaan adalah integral lipatan yang dibatasi oleh tiga parameter yaitu koordinat kortesian, silinder dan bola.

1. Koordinat kartesian

 z s permukaan s yang normal terhadap bidang xy

 y

x

untuk pernyataan element vector luasnya

 F

Cara perhitungan

1. Untuk menghitung vector normal satuan permukaan s yaitu ; untuk mencari batas ( titik potong0
2. Pecahkan persamaan permukaan bagi variable z hingga di peroleh
3. Nyatakan vector u (x,y,z)=u (x,y,z (x,y)) = v (x,y)
4. Elemen luas dinyatakan dalam dxdy secara geometri dxdy adalah proyeksi jadi
5. Hitung integral lipat dua

Contoh soal

1. Jika dan s adalah bidang hitung integral dalam oktan pertama.

Jawaban:

* ↔

b. Koordinat Silinder

Misal s adalah permukaan silinder dengan z sebagai sumbu simetrinya, maka koordinat sudut Ѳ dan z dapat dipilih sebagai parameter dengan adalah ; ; . Sehingga kedudukan vektor

 .... (1)

Sehingga

Karena itu vektor elemen luas permukaan silinder s adalah:

Untuk menyederhanakan perhitungan , hitung dahulu dalam sistem koordinat kartesian yang menghasilkan medan saklar , kemudian sisipkan persamaan paramer.

Contoh soal:

 dan s adalah permukaan silinder yang terdapat didalam oktan pertama abtara . Hitunglah

Jawab:

→

 ;

c. Koordinat Bola

Misal s permukaan bola dengan pusat simetri dititik asal 0 (0,0,0) maka koordinat sudut Ѳ dan ф dengan . ; ; .

Vektor kedudukan:

Vektor elemen luas permukaan bola s:

Medan vektor s (x,y,z) pada permukaan bola z adalah

Untuk menyederhanakan perhitungan , hitung dahulu dalam sistem koordinat kartesian yang menghasilkan medan saklar

Contoh soal:

Hitung jika ( dan s adalah seluruh permukaan bola .

Jawab:

**Persamaan Diferensial Biasa**

Definisi: suatu persamaan yang mengandung turunan atau diferensial dinamakan persamaan diferensial.

Bilamanapun perubahan terbaik dalam suatu persamaan diferensial adalah suatu fungsi satu perubahan bebas, maka turunan yang muncul adalah turunan biasa dan persamaan anini merupakan persamaan diferensial biasa. Orede tingkat suatu persamaan diferensial adalah tingkat atau pangkat tinggi turunan yang adalah persamaan.

Contoh soal:

Jawabanya mana??

Ga ada….

1. **Persamaan Diferensial dengan Variabel Terpisah**

Jika diberikan suatu fungsi f, dengan batas y merupakan solusi suatu persamaan diferensial (jika persamaan itu menjadi suatu kesamaan). Jika y dan turunan digantikan dengan dan turunannya yang menjadi perbedaan turunan y.

Contoh soal:

Jawab:

Solusi dari persamaan diferensial:

 Substitusi , kedalam persamaan:

1. **Persamaan Diferensial Orde 1**
2. **Persamaan Diferensial Eksak**

Missal M dan N fungsi dua peubah sehingga M, N, My, dan Nx continu pada suatu daerah siku R, M (x,y) dx + N (x,y) dy …………..(1)

Adalah diferensial eksak suatu fungsi f yang nilainya Z = f (x,y) dan hanya jika:

Jika syarat dipenuhi, maka persamaan diferensial:

M ( x,y ) dx + N ( x,y ) dy = 0, disubuteksak dan solusi umum: f ( x,y ) = c

 Untuk memenuhi fungsi F:

 Dan ruas kiri dz = 0,

 ) :

 Contoh soal:

1. Tentukan solusi dari persamaan

Jawab:

* Menguji ke eksakan

* Untuk memenuhi fungus F

 - 2yx ++

 =

=

dz =

1. **Persamaan Diferensial Orde 1 Ruas Kanan ≠ 0**

Bentuk umumnya adalah:

Untuk mencari solusi maka ruas kanan = 0

Mula-mula kita anggap Q (x) = 0

 → (dipisahkan variable)

Dimana p (x) = I

Selanjutnya

 …………..(2)

Contoh soal:

Jawab:

Dibagi dengan , sehingga menjadi:

Dan

Untuk

Jadi,

**Persamaan Diferensial Ordo 2**

1. **Persamaan difererensial orde 2 dengan rumus kanan = 0**

Persamaan diferensial orde 2 dikatakan linier jika persamaan

Dimana = 0 maka,

**Contoh:**

Selesaikan persamaan orde 2 dari

**Jawab:**

Maka,

Integralkan

Ln Y = -2X

 ⇔ Ln y = -x →

**Aplikasi dalam fisika**

Dalam kehidupan sehari-hari sering ditemukan masalah fisika dalam bentuk persamaan diferensial.

**Contoh** :

1. Tentukan bentuk persamaan gerak dari sebuah benda bila kepadanya dikerjakan gaya F yang tetap dalam arah sumbu x.

**Jawab:**

H. Newton II ⇔ F = m.a

a = percepatan ⇒

maka,

1. Tentukan posisi sebagai fungsi waktu dari sebuah benda jatuh bebas. Diketahui percepatan pada gerak jatuh bebas sama dengan percepatan gravitasi bumi g.

**Jawab:**

a = g

dy = g.t.dt

Hukum fisika gerak jatuh bebas

**Latihan**

Selesaikan persamaan diferensial linier :

1. Selesaikan PDF berikut cara terpisah

**Jawab:**

Menguji keeksakan

 Fungsi F :

Jadi,

1.

b. Cara Langrage

Persamaan tereduksi (ruas kiri)

Merupakan penyelesaian umum dari persamaan tereduksi, C1 dalam penyelesaian umum persamaan tereduksi dipandang sebagai fungsi dari x.

Didapat

Maka

 Jadi persamaan

Contoh

Jawab

Missal

Missal:

 dikali

Misal:

**PENERAPAN PDB DALAM FISIKA**

1. **PEGAS**

Hukum newton II : F=m.a

Hukum Hooke : F =- k.x

Hokum newton II = Hukum hooke

m.a = -k.x

m.





 Ordo 1

Dimana : r2 = 

 m. r2+ k.x =0

fungsi karakteristik F (r) =0

 m. r2+ k =0

 m. r2=k

 r2=

 r =

Persamaan gerak



 



Ordo 2



Fungsi Karakteristik

mr2+br+k=0



Dimana :

 

 

 

Persamaan gerak



1. **Rangkaian Listrik**

Rangkaian listrik yang dihubungkan seri terdiri dari sumber tegangan v (t), tahanan (R), kapasitor (C), inductor (L). Pada saat t=0, maka Q=Q0 dan

 

Persamaan gerak



Contoh:

1. Massa 5 kg digantungkan pada pegas yang tergantung dan mempunyai tetapan pegas 1000N/m. Carilah persamaan geraknya dan hitung persamaan gerak jika t=0!

Diket :m=5kg

 K=1000N/m

Dit : x…….?

 x…….? t=0



 



 =C1cos 0 +C2sin 0

 =C1 . 1+C2 . 0

 =C1

1. Sebuah massa 20gr digantungkan pada ujung sebuah sistem pegas ,dan panjang pegas berubah 4cm dari keadaan semula.tidak ada gaya luar yang bekerja pada massa pegas dan tahanan udara diabaikan.nyatakan pers gerak yang terjadi jika massa tertarik ke bawah 1cm dari keadaan setimbang dan pada massa diberikan kecepatan awal 0,5 cm/dt arah keatas .

Diket : m=20 gr =2x10-2kg

 x=4cm =4x10-2kg

dit : x……?

jawab :

F = m.g

 =2x10-2kg.10kg

 =2x10-1N

 

 

 

1. Sebuah rangkaian listrik LRC, yang tidak menggunakan sumber tegangan terdiri dari tahanan 6 Ω, kapasitor 0,02 F, inductor 0,1 H. hitunglah arus pada rangkaian jika saat rangkaian dihubungkan t = 0, arus (I0) = 0 dan kapasitor telah bermuatan o,1 C.

Diketahui : R = 6 Ω

 C = 0,02 F

 L = 0,1 H

I0 = 0

Q = 0,1 C

Ditanyakan : i (t) = …?

Jawab : i (t)

1. Gunakan persamaan Bernoulli